

Катін П.Ю.

Національний технічний університету України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Мишин О.В.

Національний технічний університету України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МЕТОДИКА ДЛЯ СПРОЩЕННЯ АНАЛІТИЧНОГО РОЗРАХУНКУ СПЕКТРУ СКЛАДНИХ ІМПУЛЬСНИХ СИГНАЛІВ В СИСТЕМАХ РАДІОКЕРУВАННЯ

У роботі надано методика аналітичного розрахунку спектру модульованого імпульсного сигналу. Актуальність даного напрямку досліджень підтверджується значною кількістю публікацій, що присвячені радіокерованим системам (РКС) різного роду, частину з яких розглянуто в даній роботі. При дослідженні цих публікацій виявлено, що практично всі сучасні радіокеровані системи на теперішній час мають типові узагальнені структурні схеми на рівні об'єкта управління. В якості об'єктів управління зазвичай розглядаються квадрокоптери, радіокеровані моделі літаків, наземні керовані платформи, радіокеровані промислові механізми, тощо. Для управління виконавчими механізмами таких систем в багатьох випадках використовується імпульсні сигнали з різними видами модуляції, зокрема широтно-імпульсною модуляцією (ШІМ). В деяких радіокерованих системах сигнал модулюється високою частотою і передається безпосередньо в радіоефір з пульта управління оператора для радіокерованого об'єкта управління. Для забезпечення радіоелектронної сумісності і надійності роботи радіокерованої системи потрібний моніторинг сигналів управління на етапі розробки, випробування і експлуатації таких систем. Для цього використовують спектральне представлення сигналів. На теперішній час існує багато чисельних методів і програмних засобів для розрахунку спектрів складних сигналів, наприклад програма MathCard, MathLab. В той же час найбільш надійним і точним способом отримання спектру є аналітичний метод розрахунку. З іншого боку він є найбільш складним, а в деяких випадках точну аналітичну формулу рішення отримати неможливо.

Наведено первинні результати дослідження, що отримані під час роботи над методикою аналітичного розрахунку спектру широтно-імпульсного сигналу. Підтверджено можливість аналітичного розрахунку частотного спектру імпульсної послідовності сигналів різного роду модуляції, наведено основи методики і приклади її використання в контексті застосування до модульованого імпульсного сигналу. Результати можуть бути застосовані для розробки (або вдосконалення) прикладного програмного забезпечення приладів, що призначені для моніторингу РКС на етапі розробки, випробування і експлуатації, вирішення окремих питань досягнення радіоелектронної сумісності та забезпечення надійності роботи. Визначено напрямки подальшого використання і покращення методики.

Ключові слова: широтно-імпульсна модуляція, радіокеровані системи, спектр імпульсного сигналу, ряд Фур'є, перетворення Фур'є, методика аналітичного отримання частотного спектру сигналу.

Постановка проблеми. Сучасні радіокеровані або напівавтономні пристрої є технічними системами реального часу (real-time technical systems (RTTS)) [1] з наявністю мікроконтролерного або мікропроцесорного управління. До радіокерованих або напівавтономних систем можна віднести промислові механізми (системи) із безпроводним управлінням, радіокеровані моделі літаків, наземні керовані платформи, квадрокоптери, тощо. Вони можуть постійно керуватися і контролюватися оператором через радіоканал. У випадку

зникнення (значного погіршення) зв'язку, ці системи відпрацьовують аварійну програму або переходять у автономний режим і використовують інші, автоматичні методи управління. Тому більшість радіокерованих систем можна вважати напівавтономними.

Узагальнені структурні схеми систем реального часу з програмним управлінням (RTTS) приведені в [1] (рис. 1 і рис. 2). На структурних схемах показані базові елементи систем. Як можна побачити з рис. 1 і рис. 2 [1], структурні схеми вклю-

чають виконавчі механізми, які у теперішній час керуються імпульсними сигналами. На відміну від структурної схеми, що наведена в [1], сучасні радіокеровані або напівавтономні системи додатково включають елементи радіокерування, а саме: пульт дистанційного управління оператора, об'єкт управління і складові елементи, що забезпечують радіоканал для взаємодії між пультом дистанційного управління та об'єктом управління. Всі інші елементи, в цілому, відповідають структурним схемам [1].

В деяких радіокерованих або напівавтономних системах в радіоканалі сигнал безпосередньо модулюється високою частотою, а управління об'єктом здійснюється цим сигналом. Активно використовується часове ущільнення. В умовах великої кількості сторонніх джерел радіовипромінювання (промислові, природні, та інші) можуть виникати навмисні або ненавмисні радіозавади каналу управління. Для захисту радіоканалу доцільно проводити моніторинг ефіру, результати якого представляються у вигляді частотного спектру. Найбільш точним способом отримання спектру є аналітичний метод розрахунку. Існує багато рішень з цього напрямку, в той же час питання формалізації методик аналітичного розрахунку частотного спектру модульованих імпульсних сигналів визначається недостатньо уваги.

Аналіз останніх досліджень і публікацій показав, що обраний напрям досліджень є дуже актуальним, що підтверджує достатня кількість свіжих публікацій [2–7]. На теперішній час активно провадяться наукові дослідження в галузі РКС, які в певних умовах можуть працювати як напівавтономні системи. Варіант прикладу програмної архітектури таких систем наведений в [2].

В [3–5] викладені результати досліджень інфраструктури для управління групою РКС на прикладі БПЛА, яку можна розповсюдити на інші класи РКС.

В [6, 7] описані складові елементи виконавчих механізмів РКС на прикладі силових установок БПЛА. В той же час вищезгадані роботи не містять результатів досліджень теорії сигналів для управління виконавчими механізмами.

Результати сучасних теоретичних досліджень, що зв'язані з отриманням спектру складних сигналів представлені в [8–12]. В цих роботах наводяться приклади розрахунку спектрів, але наведені приклади є досить математично складними і, крім цього, не узагальнюються на інші види імпульсних сигналів.

Постановка завдання. Метою статті є розробка методики, що дає можливість спростити аналітичний розрахунок складних, модульованих сигналів в системах радіокерування за рахунок розбиття інтегралу перетворення Фур'є на імпульсні складові.

Розроблена методика буде перевірена на прикладі амплітудно модульованого імпульсного сигналу.

Виклад основного матеріалу. Для постановки завдання введемо вихідні дані щодо сигналу управління і внесемо обмеження для використання відомих математичних методів у ході формування методики.

Нехай в якості вихідного сигналу, що підлягає переведенню у частотний спектральний вигляд, використовується прямокутний імпульсний сигнал, на якому передбачена модуляція. Частота повторення імпульсів не змінюється. Звичайно, що для передачі сигналу через радіоефір використовуються імпульси, що модульовані високою частотою в той же час введемо обмеження щодо відсутності високочастотного заповнення. В практичних РКС період сигналу визначається приблизно в діапазоні 50–60 Гц.

В якості базової імпульсної послідовності для вищеприписаного сигналу обираємо послідовність прямокутних відеоімпульсів. Даному сигналу, з великою точністю відповідає математична модель – нескінченна послідовність прямокутних імпульсів, що визначається на позитивній і негативній ділянці вісі абсцис. Ця періодична послідовність має фіксований період, амплітуду і тривалість імпульсів. Крім того вона має такий зсув відносно вісі ординат, що найближчий прямокутний імпульс до вісі ординат у точці ($t=0$) розділяються цією віссю на дві рівних частини (рис. 1). Такий зсув не зменшує узагальнення досліджень, спрощує отримання аналітичних виразів і є загальноприйнятним для розрахунку спектру. Далі будемо називати цю послідовність базовою моделлю сигналу (БМС).

В першій частині, як на підготовчому етапі і для перевірки коректності результатів методики, розглянемо аналітичне отримання частотного спектру для БМС з використанням ряду Фур'є. Далі сформуємо методику отримання частотного спектру з використанням перетворення Фур'є на основі БМС. Для перевірки коректності методики порівняємо отриманий результат з рядом Фур'є.

В другій частині застосуємо методику для аналітичного розрахунку модульованих сигналів. В якості математичної моделі сигналу використаємо БМС, що буде промодульований синусоїдальним сигналом. Отриманий результат

в перспективі буде розповсюджений на моделювання сигналом довільної форми.

1. Методика знаходження частотного спектру сигналу для нестандартних випадків.

1.1 Використання ряду Фур'є для отримання частотного спектру базової моделі сигналу.

БМС є періодичною, кусочно-монотонною і обмеженою, що дозволяє розкласти її в ряд Фур'є.

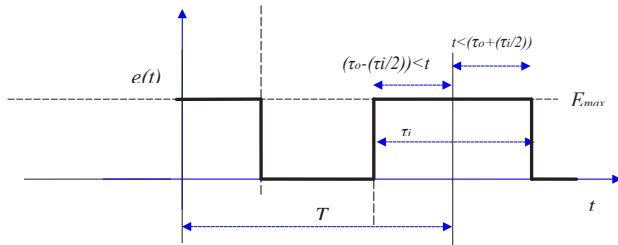


Рис. 1. Позитивна сторона базової моделі сигналу

Позначимо характеристики БМС для подальших розрахунків наступним чином: A – амплітуда сигналу, T – період повторення, τ – ширина імпульсу.

Відомо, що, спектр періодичних сигналів є дискретним, приймає ненульові значення лише на частотах, кратних частоті слідування імпульсів. Застосуємо комплексну форму ряду Фур'є (1) для лаконічності результатів рішення.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i \cdot n \frac{2\pi t}{T}} \quad (1)$$

В виразі (1) складова C_n – комплексна амплітуда n -ї гармоніки, яка визначається інтегралом (2), що береться на інтервалі шириною в один період:

$$C_n = \frac{1}{T} \int f(t) e^{-i \cdot n \frac{2\pi t}{T}} dt \quad (2)$$

Користуючись (2) розрахуємо C_n для одного імпульсу, з урахуванням наведених раніше припущень. В результаті алгебраїчних перетворень і розрахунків отримаємо:

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} A e^{-i \cdot n \frac{2\pi t}{T}} dt = \frac{A}{T} \left(\frac{e^{-i \cdot n \frac{2\pi \tau}{2T}} - e^{-i \cdot n \frac{2\pi (-\tau/2)}{2T}}}{-i \cdot n \frac{2\pi}{T}} \right) = A \frac{\tau}{T} \frac{\sin\left(n\tau \frac{\pi}{T}\right)}{n\tau \frac{\pi}{T}} \quad (2^*)$$

Як можна побачити з вищенаведеного виразу (2*), та з урахуванням (1), амплітуда складових спектру обмежується значенням функції $\sin(x)/x$, з точністю до константного множника.

Наведені обмеження (вимоги періодичності, нескінченності за часом та обмеженості) виконуються і для ШІМ сигналу практичних РКС, що дозволило б використовувати метод використання ряду Фур'є в таких випадках. В той же час, є корисним розглянути більш загальний метод, що використовує перетворення Фур'є, і може бути використаний.

1.2 Методика знаходження частотного спектру сигналу. Як було сказано раніше, в реальних РКС, в практичних умовах випробувань або експлуатації, може статися так, що наведені обмеження на нескінченність сигналу не завжди можуть бути виконані. Це може статися під час наявності природних або промислових радіозавад. В цьому випадку використовується перетворення Фур'є.

Визначимося, що кожний коефіцієнт ряду Фур'є (1) описує інтенсивність (амплітудні і частотні характеристики) певної гармоніки нескінченного ряду Фур'є, що може бути представлена в тригонометричній або комплексній формі.

В той же час результатом перетворення Фур'є є густина спектру на даній частоті. Далі буде доведено, що для БМС густина спектру співпадає з результатами ряду Фур'є при однакових характеристиках сигналу. Відома формула для перетворення Фур'є визначається виразом (3).

$$s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i \cdot \omega t} dt \quad (3)$$

Відповідно (3), вихідну послідовність БМС, що являє собою нескінченну послідовність відеоімпульсів на всій вісі абсцис, потрібно проінтегрувати із додатковим множником від нескінченності до нескінченності. Таким чином на першому етапі методики вихідний сигнал (БМС) потрібно інтегрувати на ненульових значеннях, в межах кожного імпульсу.

На другому етапі потрібно розділити (3), на суму інтегралів. Кожний елемент цієї суми буде відповідати інтегралу, взятого на тривалості відповідного імпульсу БМС. Пронумеруємо імпульси (і відповідні інтеграли) БМС так, що нульовим імпульсом буде той, що розділений віссю ординат на 2 частини. Імпульси, що знаходяться на від'ємній частині вісі абсцис мають номери -1, -2, ..., а на позитивній частині – +1, +2, ...

Скористаємося (3) і, урахувавши обмеження БМС, введемо позначення для результату інтегрування кожного елемента I_j у інтегралі (3), отримаємо:

$$s(\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \int_{jT-\frac{\tau}{2}}^{jT+\frac{\tau}{2}} A e^{-i \cdot \omega t} dt = \sum_{j=-\infty}^{\infty} I_j \quad (4)$$

В виразі (4) значення I_j є результатом знаходження визначеного інтегралу, що відповідає імпульсу з номером j .

На наступному етапі знайдемо інтеграл для нульового імпульсу I_0 , після відповідних обчислень і перетворень отримаємо результат (5):

$$I_0 = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} A e^{-i \omega t} dt = \frac{A \left(e^{\frac{i \omega \tau}{2}} - e^{-\frac{i \omega \tau}{2}} \right)}{i \omega} = \frac{2A}{\omega} \sin\left(\frac{\omega \tau}{2}\right) = A \tau \frac{\sin\left(\frac{\omega \tau}{2}\right)}{\frac{\omega \tau}{2}} \quad (5)$$

Розрахуємо результат для довільного I_j , взявши інтеграл. Аналіз результатів (5) і (6) дає можливість зробити висновок про наявність зв'язку I_0 і I_j та можливість виразити довільне I_j через I_0 .

$$I_j = \int_{jT - \frac{\tau}{2}}^{jT + \frac{\tau}{2}} A e^{-i\omega t} dt = \frac{A \left(e^{i\omega \left(\frac{\tau}{2} - jT \right)} - e^{-i\omega \left(\frac{\tau}{2} - jT \right)} \right)}{i\omega} \quad (6)$$

Шляхом алгебраїчних перетворень виразимо довільне I_j через I_0 і отримаємо вираз:

$$I_j = \int_{jT - \frac{\tau}{2}}^{jT + \frac{\tau}{2}} A e^{-i\omega t} dt = I_0 e^{-ij\omega T} \quad (7)$$

На наступному етапі методики відокремимо нескінченну суму (4) на 3 складові: перша – I_0 , друга – I_j для позитивній частині вісі абсцис та третя – I_j для від'ємної частини. В результаті відокремлення частин, з урахуванням зв'язку довільного I_j та I_0 , що визначається виразом (7), можемо записати наступний вираз:

$$s(\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} I_j = \sum_{j=-\infty}^{\infty} I_0 e^{-ij\omega T} = I_0 \sum_{j=-\infty}^{\infty} e^{-ij\omega T}.$$

Шляхом простих перетворень отримаємо:

$$s(\omega) = \left(\sum_{j=1}^{\infty} e^{-ij\omega T} + \sum_{j=1}^{\infty} e^{ij\omega T} + 1 \right) I_0 \quad (8)$$

Для отримання частотного спектра у аналітичному вигляді для БМС розглянемо два випадки: коли частоти у виразі (8) кратні частоті повторення імпульсів моделі сигналу T і коли частоти не є кратними.

Якщо частота ω кратна частоті імпульсів, то показник ступеня експоненти, що являє собою комплексну форму тригонометричного виразу, дасть узагальнене значення:

$$-i \cdot j \cdot 2 \cdot \pi \cdot k.$$

Оскільки j, k – цілі числа, значення показнику ступеня експоненти буде кратним 2π . Тоді вираз в показнику ступеня експоненти, що позначає тригонометричний вираз, буде еквівалентним 0, а результат відповідної експоненти буде дорівнювати 1. Таким чином, якщо частота ω в виразі (8) є кратною частоті імпульсів в БМС, значення складових (8) буде відрізнятися від 0.

Доведемо, що для інших частот, для яких $\omega T \neq 2\pi$, відповідно $\omega T \neq \frac{2}{T}\pi$ значення спектральної щільності БМС будуть дорівнювати 0. Для цього застосуємо до перших двох складових виразу (8) формулу суми геометричної прогресії, що дасть результат, показаний у (9), (10). В такому випадку кожна з цих нескінченних сум

являє собою суму нескінченної геометричної прогресії.

$$\sum_{j=1}^{\infty} e^{-ij\omega T} = \frac{e^{-i\omega T}}{1 - e^{-i\omega T}} = \frac{1}{e^{i\omega T} - 1} \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} e^{ij\omega T} = \frac{e^{i\omega T}}{1 - e^{i\omega T}} \quad (10)$$

Підставимо результати (9), (10) у вираз (8). Це дозволяє переписати (8) як результат складання формул геометричної прогресії для позитивної і негативної частини вісі абсцис. Виконувачі елементарні перетворення отримаємо для випадку некратних частот тотожність (11).

$$s(\omega) = \left(\sum_{j=1}^{\infty} e^{-ij\omega T} + \sum_{j=1}^{\infty} e^{ij\omega T} + 1 \right) I_0 = I_0 \left(1 + \frac{1 - e^{i\omega T}}{e^{i\omega T} - 1} \right) = 0 \quad (11)$$

Таким чином, ґрунтуючись на результаті показаному у виразі (11) і на виразі (8), можна стверджувати, що на всіх частотах, крім кратних частоті імпульсів, спектральна щільність БМС має нульове значення. Для частот, кратних частоті імпульсів, отримаємо результат:

$$C(\omega) = \frac{I_0}{T} = A \frac{\tau}{T} \frac{\sin\left(\tau \frac{\omega}{2}\right)}{\tau \frac{\omega}{2}} \quad (12)$$

Результат перетворення Фур'є для БМС призводить до виродження щільності в дискретний вигляд, він також, в цілому, співпадає з результатом розкладення в ряд Фур'є для БМС сигналу з однаковими характеристиками.

На рис. 2. наведено графічно порівняння отриманого результату зі спектром БМС. Синім кольором позначено огинаючу, розраховану за (12).

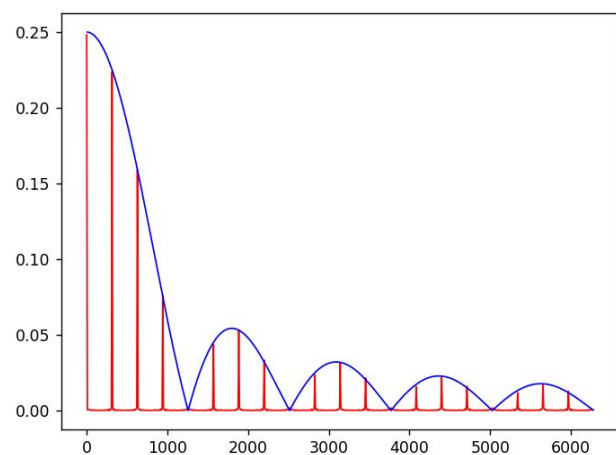


Рис. 2. Результат частотного спектру з використанням перетворення Фур'є

ґрунтуючись на вищевикладеному, сформуємо загальну методику, що буде застосована для розрахунку частотного спектру сигналу на основі БМС.

А. Відповідно виразу перетворення Фур'є, розділимо інтеграл для знаходження щільності (3) на суму інтегралів кожного імпульсу БМС. Запишемо нескінченну суму для БМС у вигляді (4).

Б. Розділимо нескінченну суму (4) для послідовності імпульсів (БМС) на три складові: для імпульсів на позитивному боці вісі абсцис, від'ємної частини вісі абсцис і нульовий елемент. Для цього доцільно ввести нумерацію імпульсів (і відповідних інтегралів) БМС так, що нульовим імпульсом буде той, що розділений віссю ординат на 2 частини. Імпульси, що знаходяться на від'ємній частині вісі абсцис мають номери $-1, -2, \dots$, а на позитивній частині $+1, +2, \dots$.

В. У п. 1.2 доведено, що частоти, що є кратними частоті повторення імпульсів не є нульовими. Всі інші частоти для БМС будуть нульовими, що доведено вище.

Г. Знайдемо інтеграл для нульового імпульсу I_0 . Для модульованих сигналів, у I_0 з'явиться додаткова складова, що визначається законом модуляції.

Д. Ґрунтуючись на п. 2–4 знаходимо значення частотного спектру у вигляді остаточної формули.

2. Знаходження частотного спектру модульованого сигналу методом перетворення Фур'є. Скористуємося методикою, що отримана вище для знаходження частотного спектру модульованого сигналу.

Для наочності в даному прикладі розглянемо один з найпростіших випадків модуляції: амплітудну модуляцію сигналу. Амплітудна модуляція майже ніколи не використовується для імпульсної послідовності, і використовується лише як теоретичний приклад з відомим результатом для демонстрації застосування методики.

Базовою послідовність для імпульсного сигналу є послідовність БМС.

Амплітуда імпульсів сигналу модульована синусоїдальним сигналом з частотою Ω , яка набагато менше за частоту повторення імпульсів БМС. Це звичайне фізичне обмеження для такого випадку модуляції, приклад показаний на рис. 3. Період сигналу залишається не змінним. Модулювання здійснюється синусоїдальною функцією, нульовий початок відліку якої співпадає з БМС. Ґрунтуючись на вищеописаному, можна записати:

$$A \rightarrow A(t) = A_0 + \Delta A \sin(\Omega t), \quad (13)$$

Тобто замість константи імпульсу БМС з'являється функція часу, що буде ураховано при використанні результатів п. 1 у ході використання методики.

Слід зазначити що є 2 способи амплітудної модуляції імпульсу: зі змінною амплітудою впродовж імпульсу, та зі сталою амплітудою. Тут буде розглядатись перший випадок, але відмінність не буде суттєвою, в залежності від способу вибору результуючої амплітуди імпульсу.

Отриманий сигнал є періодичним, за періодом модулючої синусоїди. Для знаходження частотного спектру скористаємося методикою, що отримана і перевірена в п. 1. Ми знаємо з її результатів, що отриманий спектр буде дискретним, приймаючи ненульові значення лише для частот, кратних частоті цієї синусоїди, відповідно результатам методики.

На першому етапі скористаємося формулою перетворення Фур'є і відокремимо, не змінюючи загального характеру рішення, один період функції модуляції сигналу (ФМС). Відповідно до постановки завдання і внесених обмежень, він містить послідовність імпульсів БМС. Для модульованого сигналу модифікуємо методику, ураховуючи, функціональну залежність від часу

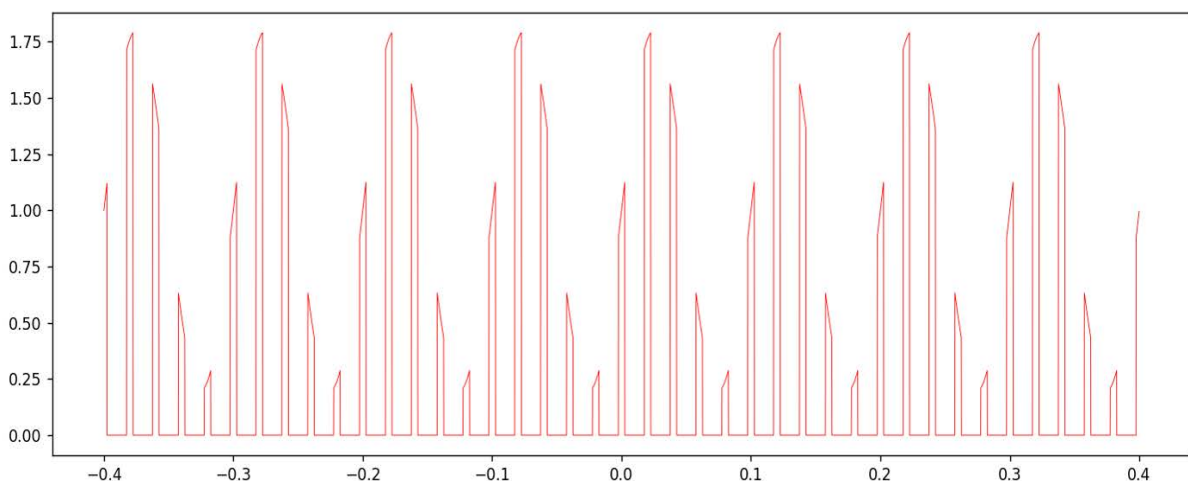


Рис. 3. Амплітудно модульований імпульсний сигнал

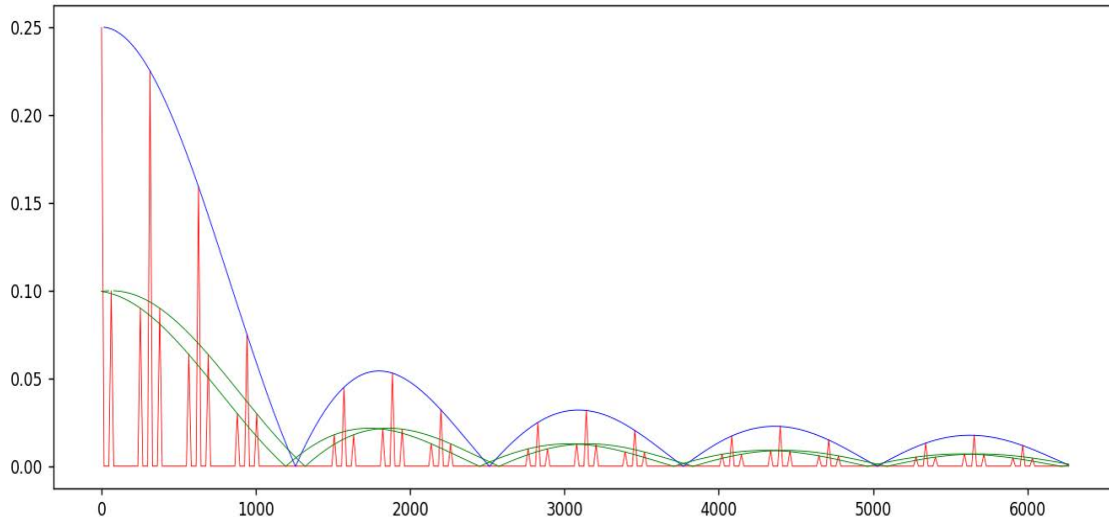


Рис. 4. Спектр амплітудно модульованого імпульсного сигналу

амплітуди імпульсів. Введемо позначку N , яка буде відповідати кількості імпульсів БМС в одному періоді ФМС. Тоді, з урахуванням введених позначень п. 1, для одного періоду ФМС перетворення (3) набуває вигляду:

$$s(\omega) = \frac{1}{TN} \sum_{j=0}^{N-1} \int_{jT-\frac{T}{2}}^{jT+\frac{T}{2}} A(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{NT} \sum_{j=0}^{N-1} I_j$$

Розпишемо підінтегральний вираз, підставивши $A(t)$ і розкривши синус через уявні експоненти:

$$\begin{aligned} A(t)e^{-i\omega t} &= A_0 e^{-i\omega t} + (\Delta A e^{i\Omega t} e^{-i\omega t} - \Delta A e^{-i\Omega t} e^{-i\omega t})/2i = \\ &= A_0 e^{-i\omega t} + \frac{\Delta A}{2i} e^{-i(\omega-\Omega)t} - \frac{\Delta A}{2i} e^{-i(\omega+\Omega)t} \end{aligned}$$

Відповідно, кожна компонента суми розіб'ється на 3 доданки. Просумуємо окремо перші, другі і треті доданки.

Сума перших доданків дасть нам такий ж результат, що і для немодульованого сигналу, оскільки їх вид співпадає з видом I_j немодульованого сигналу. Вона дасть нам спектр виду (12).

Сума других доданків дасть нам схожий результат, оскільки їх вид співпадає з першими, лише з іншим константним множником та зсувом частоти на Ω вправо.

Аналогічно сума третіх доданків дасть нам такий ж спектр, але зсунутий вліво.

Результуючий спектр буде мати вигляд суми 3 немодульованих спектрів, з однаковими частотами. Основний спектр залежить лише від середньої амплітуди, періоду та тривалості імпульсів, а бічні гармоніки крім цього також залежать від амплітуди модулюючої синусоїди (вона дає множник амплітуди гармонік) та частоти цієї синусоїди (вона дає значення зсуву).

На рисунку 4 наведено вигляд спектру та огинаючі для гармонік, розраховані за отриманими результатами.

Як видно, розраховані результати достатньо точно відповідають дійсності.

Подальша робота буде проводитись в наступних напрямках:

1. Дослідження більш складних модуляцій та їх спектрів.
2. Модуляція складними сигналами.
3. Вплив випадкових шумів на спектр сигналу.

Висновки. Одержана і перевірена методика розрахунку спектру імпульсного сигналу з використанням розбиття інтегралу перетворення Фур'є на імпульсні складові. Цей результат при подальшому дослідженні може бути застосований для більш складних випадків модуляції.

Список літератури:

1. Katin P., Chmelov V., Shemaev V. Development of Typical „State“ Software Patterns for CortexM Microcontrollers in Real Time. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2020. N 3 (9(105)). P. 29–38. URL: <https://ssrn.com/abstract=3719729>.

2. С.І. Альперт, М.І. Альперт, П.Ю. Катін, Н.О. Літвінова. Програмно-апаратна інфраструктура наземної автономної платформи з елементами штучного інтелекту. 2021. Математичні машини і системи. 2021. № 1. С. 24–30. <https://doi.org/10.34121/1028-9763-2021-1-24-31>.

3. Яровий О.В. Завгородній В.В. Розробка структурної схеми системи управління мобільними агентами. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. 2023. Том 34 (73) № 4. С. 124–127. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.4/20>
4. Сушин І.О., Буткевич Г.Ю. Методика оцінки зв'язності вузлів бездротової сенсорної мережі при умові використання багаторівневої мережі телекомунікаційних аероплатформ. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. 2023. Том 34 (73) № 6. С. 39–45. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.6/07>
5. Сайко В.Г. Наритник Т.М. Модель забезпечення функціонування інтегрованої інфраструктури на базі літаючої мережі БПЛА. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. 2023. Том 34 (73) № 4. С. 5–10. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.4/02>
6. Довбиш І.О. Муравйов О.В. Галаган Р.М. Богдан Г.А. Момот А.С. Силові установки та джерела енергії сучасних БПЛА. 2023. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. Том 34 (73) № 5. С. 16–20. DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.5/04>
7. Муравйов О.В., Довбиш І.О., Галаган Р.М., Богдан Г.А., Момот А.С. Перспективи розвитку технологій та підвищення рівня автономності БПЛА. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. 2023. Том. 34 (73). № 2. С. 199–205.
8. Є.В. Вербицький. Особливості розрахунку спектру напруги, модульованої по закону ШІМ I і II на основі подвійного ряду Фур'є. 2015. ElectronComm, Vol. 20, №5(88). С. 36–45.
9. Zi Tao1, a , Li Zhi2,b , Jia Long3. The SPWM Pulse Width Signal Spectrum Analysis Based on MATLAB Advanced Materials Research Online. 2013. Vols. 756–759, pp 4147–4151 doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.756-759.4147.
10. Soumya S. Dr. B. V. Sumangala. Application Of Space Vector Modulation Technique For Three Level Neutral Point Clamped Inverters. International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT). 2013. Vol. 2 Issue 6. С. 2909-2913 www.ijert.org.
11. Hang Zhu, Yubin Lan, Wenfu Wu. Development of a PWM Precision Spraying Controller for Unmanned Aerial Vehicles. College of Biological and Agricultural Engineering, Jilin University, Changchun 130022, P. R. China <https://www.ars.usda.gov/>
12. Bello, Abdulkabir. Radio Frequency Toolbox for Drone Detection and Classification (2019). Master of Science (MS), Thesis, Electrical & Computer Engineering, Old Dominion University, DOI: 10.25777/9gkmjd54 https://digitalcommons.odu.edu/ece_etds/160

Katin P.Yu., Mishyn O.V. METHODOLOGY FOR SIMPLIFYING THE ANALYTICAL CALCULATION OF THE SPECTRUM OF COMPLEX PULSE SIGNALS IN RADIO CONTROL SYSTEMS

This work provides a technique for analytical calculation of the spectrum of a modulated pulse signal. The relevance of this direction of research is confirmed by a significant number of published works focused on various kinds of radio-controlled systems (RCS), some of which are analyzed in this paper. Analysis of such works confirms that practically all modern radio-controlled systems currently have typical generalized structural schemes at the level of the control object. Quadcopters, radio-controlled model airplanes, ground-controlled platforms, radio-controlled industrial mechanisms, etc. are usually considered as such control objects. To control the executive mechanisms of such systems, pulse signals with various types of modulations, in particular pulse-width modulation (PWM), are used in many cases. In some radio-controlled systems, the signal is modulated at a high frequency and transmitted directly from the operator's control panel for the radio-controlled control object. To ensure the radio-electronic compatibility and reliability of the radio-controlled system, it is necessary to monitor the control signals at the stage of development, testing and operation of such systems. The spectral representation of signals is generally used for this task. Currently, there are many numerical methods and software tools for calculating the spectra of complex signals, such as MathCard, MathLab. At the same time, the most reliable and accurate way of obtaining the spectrum is the analytical method of calculation. It is, however, the most complex, and in some cases an exact analytical formula for the solution is impossible to obtain.

In this work, the primary research results obtained during work on the method of analytical calculation of the spectrum of the pulse width signal are presented. The possibility of analytical calculation of the frequency spectrum of a pulse sequence of signals of various types of modulation is confirmed, the basics of the technique and examples of its use in the context of application to a modulated pulse signal are shown. The results can be applied to the development (or improvement) of the application software of the devices intended for monitoring the RCS at the stage of development, testing and operation, solving certain issues of achieving radio-electronic compatibility and ensuring the reliability of operation. Directions for further use and improvement of the methodology are determined.

Key words: pulse-width modulation, radio controlled systems, spectrum of pulse signal, Fourier series, Fourier transform, technique for analytical calculation of the frequency spectrum of a signal.